XIV МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

Региональный этап

**4 февраля 2022 г.**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

***8 класс.***

***Первый день.***

**1.** Как без остатка разрезать клетчатый квадрат размером 8х8 клеточек на 10 клетчатых прямоугольников, чтобы все прямоугольники имели различные площади? Все разрезы должны проходить по границам клеточек.

**2.** Учитель придумал ребус, заменив в примере *a*+*b* = *c* на сложение двух натуральных чисел цифры буквами: одинаковые цифры одинаковыми буквами, а разные — разными (например, если *a* = 23, а *b* = 528, то *c* = 551, и получился, с точностью до выбора букв, ребус АБ+ВАГ = ВВД). Оказалось, что по получившемуся ребусу однозначно восстанавливается исходный пример.Найдите наименьшее возможное значение суммы *c*.

**3.** В треугольнике *ABC* проведены биссектрисы *BK* и *CL*. На отрезке *BK* отмечена точка *N* так, что *LN* ∥ *AC*. Оказалось, что *NK* = *LN*. Найдите величину угла *ABC*.

**4.** Числа 1, 2, ..., 1000 разбили на два множества по 500 чисел: красные
*k*1, *k*2, ..., *k*500 и синие *s*1, *s*2, ..., *s*500. Докажите, что количество таких пар *m* и *n*, у которых разность *km*–*sn* дает остаток 7 при делении на 100, равно количеству таких пар *m* и *n*, у которых разность *sn*–*km* дает остаток 7 при делении на 100. Здесь рассматриваются **все** возможные разности, в том числе и отрицательные.

Напомним, что остатком от деления целого числа *a* на 100 называется разность между числом *a* и ближайшим числом, не большим *a* и делящимся на 100. Например, остаток от деления числа 2022 на 100 равен
2022–2000 = 22, а остаток от деления числа –11 на 100 равен –11–(–100) = 89.

**5.** При каком наибольшем *n* существует выпуклый *n*-угольник, у которого длины диагоналей принимают не больше двух различных значений?